

О ЧИСЛЕ ОБЩИХ КАСАТЕЛЬНЫХ К ПОГРУЖЕННЫМ КРИВЫМ НА ПЛОСКОСТИ

МОРОЗОВ ВЛАДИМИР

Хорошо известно, что к двум расположенным в разных полуплоскостях непересекающимся окружностям можно провести 8 общих касательных.

Проблема: Сколько общих касательных можно провести к двум гладким замкнутым кривым на плоскости (тоже расположенным в разных полуплоскостях). Простые соображения показывают, что при небольшом локальном шевелении одной из кривых может появиться пара новых касательных. Однако, ими можно естественным образом приписать знаки так, чтобы одна была положительной, другая — отрицательной. Тогда суммарное число касательных (с учетом знаков) не меняется.

Основная теорема утверждает, что суммарное число касательных равно произведению чисел закручивания, т.е. чисел оборотов касательных векторов при обходе данных кривых. Доказательство основано на сопоставлении данным кривым отображения тора на тор. Степень этого отображения не меняется при деформации кривых и поэтому является инвариантом.

Челябинский государственный университет, ул. Бр. Кашириных, 129, Челябинск, 454000, Россия

E-mail address: vmorozov@csu.ru